

10. cvičení

1. HRW, kapitola 11, 86Ú

Platí zde zákon zachování mechanické energie:

Potenciální energie kostky se mění na kinetickou energii kostky, energii rotačního pohybu koule a energii rotačního pohybu kladky.

Kostka o hmotnosti m klesne o výšku h a získá tak rychlost v .

Kladka o momentu setrvačnosti I a poloměru r se bude otáčet obvodovou rychlostí v , její úhlová rychlost tedy bude $\omega = \frac{v}{r}$.

Koule o hmotnosti M a poloměru R má moment setrvačnosti $J = \frac{2}{5}MR^2$ a bude se otáčet obvodovou rychlostí v , její úhlová rychlost tedy bude $\Omega = \frac{v}{R}$.

ZZME:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}J\Omega^2 &= mgh \\ \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\frac{v^2}{r^2} + \frac{1}{2}\frac{2}{5}MR^2\frac{v^2}{R^2} &= mgh \\ v^2 \cdot \left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}\frac{I}{r^2} + \frac{1}{5}M\right) &= mgh \\ v^2 &= \frac{mgh}{\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}\frac{I}{r^2} + \frac{1}{5}M\right)} \\ v &= \sqrt{\frac{mgh}{\left(\frac{1}{2}m + \frac{1}{2}\frac{I}{r^2} + \frac{1}{5}M\right)}} \end{aligned}$$

2. HRW, kapitola 12, 15Ú

Platí zde zákon zachování mechanické energie:

Potenciální energie kuličky se mění na kinetickou energii kuličky a energii rotačního pohybu kuličky.

Kulička o hmotnosti m a poloměru r má moment setrvačnosti $J = \frac{2}{5}mr^2$ a bude se otáčet obvodovou rychlostí v , její úhlová rychlost tedy bude $\omega = \frac{v}{r}$.

a)

Aby kulička dospěla do horního bodu, musí tam mít minimální rychlost takovou, aby velikost jejího normálové zrychlení bylo rovno tíhovému zrychlení, tedy $a_n = \frac{v^2}{R} = g \Rightarrow v^2 = gR$

ZZME:

$$\begin{aligned}mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 + mg2R \\mgh &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mr^2\frac{v^2}{r^2} + 2mgR \\mgh &= \frac{1}{2}mgR + \frac{1}{5}mgR + 2mgR \\h &= \frac{1}{2}R + \frac{1}{5}R + 2R = \frac{27}{10}R\end{aligned}$$

b) $h = 6R$

ZZME:

$$\begin{aligned}mg6R &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mr^2\frac{v^2}{r^2} + mgR \\mg5R &= \frac{7}{10}mv^2 \\v^2 &= \frac{50}{7}gR\end{aligned}$$

Hledaná síla:

$$N = ma_n = m\frac{v^2}{R} = m\frac{50}{7}\frac{gR}{R} = \frac{50}{7}mg$$