

## 9. cvičení

## 1. HRW, kapitola 9, 22Ú

a)

Dáno:

$$m_1 = m_2 = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$$

$$R = 50 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Sřed soustavy souřadnic umístíme na střed mezi nádoby, osu x vodorovně, osu y svisle vzhůru.

$$\vec{r}_1 = (R, 0)$$

$$\vec{r}_2 = (-R, 0)$$

$$\vec{r}_T = \frac{\vec{r}_1 m_1 + \vec{r}_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{2m_1} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) = \frac{1}{2} (R - R, 0 + 0) = \vec{0}$$

b)

$$m_1 = 520 \text{ g} = 52 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$m_2 = 480 \text{ g} = 48 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\vec{r}_T = \frac{\vec{r}_1 m_1 + \vec{r}_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{52 \cdot 10^{-2} \cdot (R, 0) + 48 \cdot 10^{-2} \cdot (-R, 0)}{52 \cdot 10^{-2} + 48 \cdot 10^{-2}} = (4 \cdot 10^{-2} \cdot R, 0) = (4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-2}, 0) = (2 \cdot 10^{-3}, 0)$$

c),d)

Díky spojení přes kladku se budou nádoby pohybovat se stejně velkou rychlostí a zrychlením, jen opačně orientovanými. Těžší nádoba bude klesat a lehčí stoupat.

Pohyb těžiště soustavy zjistíme tak, že popíšeme pohyby jednotlivých nádob v čase, spočítáme polohu těžiště v čase a z toho vypočítáme jeho zrychlení.

$$\vec{a}_1 = (a_x, -a_y)$$

$$\vec{a}_2 = (a_x, a_y)$$

$$\vec{F}_{g_1} = (0, -m_1 g)$$

$$\vec{F}_{g_2} = (0, -m_2 g)$$

$$\begin{aligned} 1 : \quad \vec{F}_{g_1} - \vec{F}_{g_2} &= (m_1 + m_2) \vec{a}_1 \\ x : \quad 0 &= (m_1 + m_2) a_x \Rightarrow a_x = 0 \\ y : \quad -m_1 g + m_2 g &= -(m_1 + m_2) a_y \\ a_y &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \end{aligned}$$

$$\vec{a}_1 = (0, -a_y)$$

$$\vec{v}_1 = \int \vec{a}_1 dt = (c_1, -a_y t + c_2)$$

$$\vec{v}_1(0) = \vec{0} \Rightarrow c_1 = 0 \wedge c_2 = 0 \Rightarrow \vec{v}_1 = (0, -a_y t)$$

$$\vec{r}_1 = \int \vec{v}_1 dt = (d_1, -\frac{1}{2} a_y t^2 + d_2)$$

$$\vec{r}_1(0) = (R, 0) \Rightarrow d_1 = R \wedge d_2 = 0 \Rightarrow \vec{r}_1 = \left( R, -\frac{1}{2} a_y t^2 \right)$$

$$\vec{r}_2 = -\vec{r}_1 = \left( -R, \frac{1}{2} a_y t^2 \right)$$

$$\begin{aligned} \vec{r}_T &= \frac{\vec{r}_1 m_1 + \vec{r}_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \cdot (R, -\frac{1}{2} a_y t^2) + m_2 \cdot (-R, \frac{1}{2} a_y t^2)}{m_1 + m_2} \\ \vec{r}_T &= \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} R, \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \frac{1}{2} a_y t^2 \right) = \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} R, -\frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g t^2 \right) \\ \vec{v}_T &= \dot{\vec{r}}_T = \left( 0, \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} a_y t \right) \\ \vec{a}_T &= \dot{\vec{v}}_T = \left( 0, \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} a_y \right) = \left( 0, -\frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} g \right) \\ \vec{a}_T &= \left( 0, -\frac{(52 \cdot 10^{-2} - 48 \cdot 10^{-2})^2}{(52 \cdot 10^{-2} + 48 \cdot 10^{-2})^2} \cdot 9,81 \right) = (0, -(4 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 9,81) = (0; -0,016) \\ a_T &= 0,016 \text{ ms}^{-2} = 16 \text{ mms}^{-2} \end{aligned}$$

## 2. HRW, kapitola 9, 42Ú

Dáno:

$$m = 4 \text{ kg}$$

$$v_1 = 3 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_2 = 5 \text{ ms}^{-1}$$

$$v = ? \text{ ms}^{-1}$$

$$\vec{v}_1 = (v_1, 0)$$

$$\vec{v}_2 = (v_2 \cos 30^\circ, v_2 \sin 30^\circ)$$

$$\vec{v} = (v \cos \varphi, v \sin \varphi)$$

Během strážky platí zákon zachování hybnosti:

$$\begin{aligned} m \cdot \vec{v} &= \frac{m}{2} \cdot \vec{v}_1 + \frac{m}{2} \cdot \vec{v}_2 \\ 2\vec{v} &= \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \\ y: \quad 2v \sin \varphi &= v_2 \sin 30^\circ \Rightarrow v = \frac{v_2 \sin 30^\circ}{2 \sin \varphi} \\ x: \quad 2v \cos \varphi &= v_1 + v_2 \cos 30^\circ \\ \frac{2v_2 \sin 30^\circ \cos \varphi}{2 \sin \varphi} &= v_1 + v_2 \cos 30^\circ \\ \cotg \varphi &= \frac{v_1 + v_2 \cos 30^\circ}{v_2 \sin 30^\circ} = \frac{3 + 5 \cos 30^\circ}{5 \sin 30^\circ} \\ \varphi &= \operatorname{arccotg} \frac{3 + 5 \cos 30^\circ}{5 \sin 30^\circ} = 18,8^\circ \\ v &= \frac{v_2 \sin 30^\circ}{2 \sin \varphi} = \frac{5 \sin 30^\circ}{2 \sin 18,8^\circ} \text{ ms}^{-1} = 3,88 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$