

1.4.B4a

Nechť ϱ je relace mezi množinami A a B ; necht' σ_i je relace mezi množinami B a C pro každé $i \in I$ (kde $I \neq \emptyset$ je nějaká indexová množina).

Dokažte, že:

$$\left(\bigcup_{i \in I} \sigma_i\right) \circ \varrho = \bigcup_{i \in I} (\sigma_i \circ \varrho)$$

Pozn:

$$\varrho \subseteq A \times B, \quad \sigma \subseteq B \times C, \quad a \in A, \quad c \in C$$

Důkaz:

" \subseteq "

$$(a, c) \in \left[\left(\bigcup_{i \in I} \sigma_i\right) \circ \varrho\right] \Rightarrow \exists b \in B : (a, b) \in \varrho \wedge (b, c) \in \left(\bigcup_{i \in I} \sigma_i\right) \Rightarrow (a, b) \in \varrho \wedge \exists i_0 \in I : (b, c) \in \sigma_{i_0}$$

$$\Rightarrow (a, c) \in (\sigma_{i_0} \circ \varrho) \Rightarrow (a, c) \in \left[\bigcup_{i \in I} (\sigma_i \circ \varrho)\right]$$

" \supseteq "

$$(a, c) \in \left[\bigcup_{i \in I} (\sigma_i \circ \varrho)\right] \Rightarrow \exists i_0 \in I : (a, c) \in (\sigma_{i_0} \circ \varrho) \Rightarrow \exists b \in B : (a, b) \in \varrho \wedge (b, c) \in \sigma_{i_0}$$

$$\Rightarrow (a, b) \in \varrho \wedge (b, c) \in \left(\bigcup_{i \in I} \sigma_i\right) \Rightarrow (a, c) \in \left[\left(\bigcup_{i \in I} \sigma_i\right) \circ \varrho\right]$$

c.b.d.