

6. cvičení

2.

Permitivita $\varepsilon = \frac{\alpha}{r}$

Bodový náboj umístíme do středu soustavy souřadnic, vzniklá vektorová pole pak budou radiální. Stačí nám tedy spočítat jejich velikosti ve vzdálenosti od náboje.

Platí zde Gausův zákon pro elektrické pole v dielektriku:

$$\begin{aligned}\oint_S \vec{D} \, d\vec{S} &= Q \\ D4\pi r^2 &= q \\ D(r) &= \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}\end{aligned}$$

V dalším využijeme vztahu:

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ E &= \frac{D}{\varepsilon} = \frac{\frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2}}{\frac{\alpha}{r}} = \frac{1}{4\pi\alpha} \frac{q}{r} \\ P &= D - \varepsilon_0 \vec{E} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} - \varepsilon_0 \frac{1}{4\pi\alpha} \frac{q}{r} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r} \left(\frac{1}{r} - \frac{\varepsilon_0}{\alpha} \right)\end{aligned}$$

Objemový vázaný náboj spočteme z vázaného náboje ze vztahu:

$$\begin{aligned}\oint_S \vec{E} \, d\vec{S} &= \frac{Q + Q_p}{\varepsilon_0} \\ E4\pi r^2 &= \frac{Q + Q_p}{\varepsilon_0} \\ \frac{1}{4\pi\alpha} \frac{q}{r} 4\pi r^2 &= \frac{q + \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho}{\varepsilon_0} \\ \frac{\varepsilon_0}{\alpha} qr &= q + \frac{4}{3}\pi r^3 \varrho \\ \frac{3}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon_0}{\alpha} r - 1 \right) \frac{q}{r^3} &= \varrho \\ \varrho &= \frac{3}{4\pi} \frac{q}{r^2} \left(\frac{\varepsilon_0}{\alpha} - \frac{1}{r} \right)\end{aligned}$$