

Úloha č. 7 - Měření Poissonovy konstanty vzduchu

1 Teorie

Adiabatický děj v ideálním plynu je takový děj, kdy nedochází k tepelné výměně mezi ideálním plynem a okolím.

Poissonova konstanta κ je konstantou vyskytující se ve vztahu pro tento děj:

$$pV^\kappa = konst$$

Poissonova konstanta κ je pak definována vztahem:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v}$$

kde C_p je molární tepelná kapacita při stálém tlaku a C_v molární tepelná kapacita při stálém objemu. Poissonovu konstantu κ také můžeme vyjádřit pomocí stupňů volnosti ν :

$$\kappa = 1 + \frac{2}{\nu}$$

Vzduch je složen převážně s dvouatomových molekul, které mají při běžné teplotě 5 stupňů volnosti. Teoretická hodnota Poissonovy konstanty pro vzduch je tedy $\kappa = 1,4$.

1.1 Clément-Desormesova metoda

Metoda je založena na vyhodnocení naměřených veličin posloupnosti dějů v měřeném plynu sestávající z izotermického stlačení, adiabatické expanze a izochorického ohřevu měřeného plynu.

Využívá se při tom velké nádoby, kterou je možno natlakovat a rychle odpustit.

Přítom je k ní připojena U-trubice naplněna vodou, na které je možno odečítat změnu tlaku uvnitř nádoby pomocí centimetrů sloupce vody. Měření bude probíhat tak, že nejprve nádobu natlakujeme, odečteme výšku h_1 v U-trubice, poté nakrátko otevřeme hlavní ventil, odpustíme vzduch a odečteme výšku h_2 .

Pro Poissonovu konstantu pak platí:

$$\kappa = \frac{\ln\left(\frac{p_0 + kh_1}{p_0}\right)}{\ln\left(\frac{p_0 + kh_1}{p_0 + kh_2}\right)}$$

kde p_0 je tlak okolí a k konstanta přepočtu výšky vodního sloupce na tlak, $k = 9,80638 \text{ Pa mm}^{-1}$.

Pro naše použití může použít pouze první člen rozvoje tohoto vztahu:

$$\kappa \doteq \frac{h_1}{h_1 - h_2}$$

Toto měření provedeme vícekrát, přičemž hodnotu κ i její absolutní nejistotu získáme z průměru těchto hodnot.

K této nejistotě pak připočteme ještě systematickou nejistotu, kterou získáme jako průměr ze systematických nejistot pro jednotlivá měření.

Systematickou nejistotu pro jedno měření přitom získáme z druhého členu rozvoje výrazu, tedy:

$$u_B(\kappa) = \frac{1}{2} \frac{h_1 h_2 k}{p_0 (h_1 - h_2)}$$

1.2 Z rychlosti zvuku v plynu

Pro zvuku c v ideální plynu platí vztah:

$$c = \sqrt{\kappa \frac{p}{\rho}}$$

kde p je tlak vzduchu a ρ jeho hustota.

Rychlost zvuku dále můžeme určit ze změřené délky stojatého vlnění v Kundtově trubici.

Označíme-li $\frac{\bar{\lambda}}{2}$ vzdálenost dvou maxim, tedy polovinu vlnové délky, pro určitou frekvenci f , platí pro rychlost zvuku vztah:

$$c = 2 \frac{\bar{\lambda}}{2} f$$

Z těchto dvou vztahů tedy plyne:

$$\kappa = \frac{4 \left(\frac{\bar{\lambda}}{2}\right)^2 f^2 \rho}{p}$$

Pro nejistotu Poissonovy konstanty pak platí:

$$r(\kappa) = \sqrt{4r\left(\frac{\bar{\lambda}}{2}\right)^2 + 4r(f)^2 + r(p)^2}$$

2 Postup měření

Měření probíhalo za těchto podmínek:

teplota ... 23,2 °C

tlak ... 96,65 kPa

vlhkost ... 48 %

2.1 Clément-Desormesova metoda

Do uzavřené nádoby s nulovým rozdílem tlaků v U-trubici po otevření ventilu pumpičkou natlakujeme vzduch a ventil uzavřeme.

Necháme hladiny ustálit a odečteme výšku h_1 .

Rychle plně otevřeme a hned zavřeme hlavní ventil.

Opět necháme hladiny ustálit a odečteme výšku h_2 .

Postup opakujeme 10x.

h_1 [mm]	h_2 [mm]
123	30
119	29
130	34
152	40
129	33
117	29
116	30
151	39
134	34
142	36

$$\kappa = 1,341 \pm 0,006$$

2.2 Kundtova trubice

Na generátoru nastavíme výstupní frekvenci f .

Nejistota frekvence je způsobena její nestálostí a stanovíme ji na 0,1 Hz.

Posouváme píst trubicí a odečítáme vzdálenosti, na kterých nabývá vlnění maxim.

Těmito vzdálenostmi pak proložíme lineární funkci v závislosti na pořadí, jejíž směrnice bude hledané $\frac{\lambda}{2}$.

Jako nejistotu $\frac{\lambda}{2}$ stanovíme nejistotu odečtu, tedy 1 mm.

Postup provedeme pro 5 různých frekvencí.

$$p = (96,65 \pm 0,05) \text{ kPa}$$

$$\rho_{\text{vzduch}} = 1,129 \text{ kgm}^{-3}$$

f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]	f_5 [Hz]
961,7	1255,1	1500,6	1765,4	2012,1
x [cm]				
24,0	33,0	24,3	29,1	22,0
41,7	46,7	36,0	39,0	30,8
59,6	60,2	47,5	48,5	40,5
77,5	74,2	58,6	58,4	49,2
95,5	87,8	70,2	68,0	57,6
	101,5	81,6	77,8	65,8
		93,0	87,5	74,6
		104,5	97,3	83,2
			107,0	91,8
				100,3
				108,9
$\frac{\lambda}{2}$ [cm]				
17,9	13,7	11,4	9,7	8,6

$$\kappa_1 = 1,38 \pm 0,02$$

$$\kappa_2 = 1,38 \pm 0,02$$

$$\kappa_3 = 1,38 \pm 0,02$$

$$\kappa_4 = 1,38 \pm 0,03$$

$$\kappa_5 = 1,42 \pm 0,03$$

3 Závěr

V prvním měření nám Poissonova konstanta κ vyšla o něco menší, než je očekávaná hodnota 1,4.

Tato odchylka vzniká zejména tím, že je měření velmi závislé na lidském faktoru, ať už v otvírání hlavního ventilu, úplně a na správnou, čili ne moc dlouhou, ale ani ne moc krátkou, dobu, nebo v odhadnutí doby, kdy už jsou hladiny v U-trubicí ustáleny.

Druhým měřením jsme již dostali hodnoty odpovídající teoretické hodnotě. Bude to především tím, že je tato metoda mnohem méně závislá na lidském faktoru.

Zvyšující se nejistota se stoupající frekvencí je způsobena tím, že se snižující se vlnovou délkou se více projevuje nejistota odečtu.